

Lista de ejercicios 1: Introducción a la computación científica

1. Sean \mathbf{X} , \mathbf{Y} , \mathbf{Z} vectores n -dimensionales y sean a y b escalares (números reales). Entonces demuestre las siguientes propiedades de suma de vectores y producto por escalares:

- 1.1 $\mathbf{X} + \mathbf{Y} = \mathbf{Y} + \mathbf{X}$
- 1.2 $\mathbf{0} + \mathbf{X} = \mathbf{X} + \mathbf{0} = \mathbf{X}$
- 1.3 $\mathbf{X} - \mathbf{X} = \mathbf{X} + (-\mathbf{X}) = \mathbf{0}$
- 1.4 $(\mathbf{X} + \mathbf{Y}) + \mathbf{Z} = \mathbf{X} + (\mathbf{Y} + \mathbf{Z})$
- 1.5 $(a + b)\mathbf{X} = a\mathbf{X} + b\mathbf{X}$
- 1.6 $a(\mathbf{X} + \mathbf{Y}) = a\mathbf{X} + a\mathbf{Y}$
- 1.7 $a(b\mathbf{X}) = (ab)\mathbf{X}$

2. Sean \mathbf{X} , \mathbf{Y} , \mathbf{Z} matrices de orden $m \times n$ y sean a y b escalares (números reales). Entonces demuestre las siguientes propiedades de suma de matrices y producto por escalares:

- 1.1 $\mathbf{X} + \mathbf{Y} = \mathbf{Y} + \mathbf{X}$
- 1.2 $\mathbf{0} + \mathbf{X} = \mathbf{X} + \mathbf{0} = \mathbf{X}$
- 1.3 $\mathbf{X} - \mathbf{X} = \mathbf{X} + (-\mathbf{X}) = \mathbf{0}$
- 1.4 $(\mathbf{X} + \mathbf{Y}) + \mathbf{Z} = \mathbf{X} + (\mathbf{Y} + \mathbf{Z})$
- 1.5 $(a + b)\mathbf{X} = a\mathbf{X} + b\mathbf{X}$
- 1.6 $a(\mathbf{X} + \mathbf{Y}) = a\mathbf{X} + a\mathbf{Y}$
- 1.7 $a(b\mathbf{X}) = (ab)\mathbf{X}$

3. Determinar los valores de k para que sean linealmente dependientes los vectores $\mathbf{u} = (3, k, -6)$, $\mathbf{v} = (-2, 1, k + 3)$, $\mathbf{w} = (1, k + 2, 4)$. Escribir \mathbf{u} como combinación lineal de \mathbf{v} y \mathbf{w} , siendo k el valor calculado.

4. Determinar los valores de k para que sean linealmente dependientes los vectores $\mathbf{u} = (3, -k, -6)$, $\mathbf{v} = (-2, 1, k + 1)$, $\mathbf{w} = (1, k - 1, 4)$. Escribir \mathbf{u} como combinación lineal de \mathbf{v} y \mathbf{w} , siendo k el valor calculado.

5. ¿Son linealmente dependientes o independientes los vectores $\mathbf{u} = (2, 3, 1)$, $\mathbf{v} = (1, 0, 1)$, $\mathbf{w} = (0, 3, -1)$?

6. ¿Son linealmente dependientes o independientes los vectores $\mathbf{u} = (-2, 3, 1)$, $\mathbf{v} = (1, -2, 1)$, $\mathbf{w} = (0, 3, -1)$?

7. ¿Para qué valores de a los vectores $\mathbf{u} = (1, 1, 1)$, $\mathbf{v} = (1, a, 1)$, $\mathbf{w} = (1, 1, a)$ forman una base?

8. Hallar el rango de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 0 & 4 \\ 0 & 6 & 2 & -4 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$